

PATENT ABSTRACTS OF JAPAN

(11)Publication number : 11-281522

(43)Date of publication of application : 15.10.1999

(51)Int.Cl.

G01M 7/02
G01H 17/00

(21)Application number : 10-084567

(71)Applicant : NAGAMATSU AKIO
ISUZU MOTORS LTD

(22)Date of filing : 30.03.1998

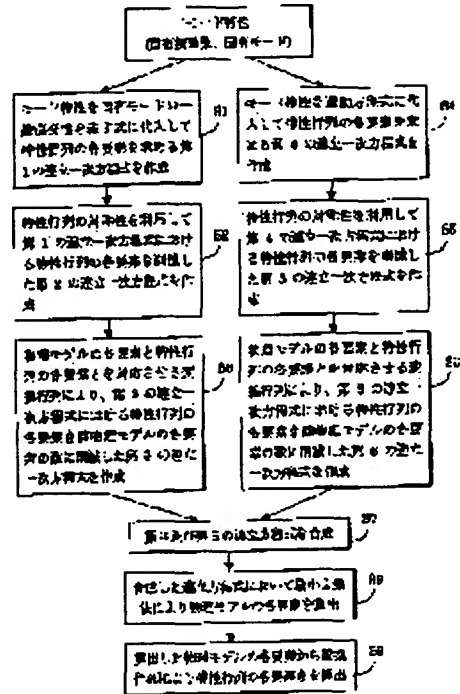
(72)Inventor : NAGAMATSU AKIO
IWAHARA MITSUO

(54) METHOD AND DEVICE FOR ANALYZING VIBRATION CHARACTERISTIC

(57)Abstract:

PROBLEM TO BE SOLVED: To provide device and method for analyzing the vibration characteristics of an object to be tested by mode characteristics identified from a function of frequency response obtained by a vibration test on the object to be tested.

SOLUTION: Mode characteristics are substituted into an equation expressing the general orthogonality of a normalized native mode and an equation of motion to create each simultaneous linear equation for obtaining each element of a characteristic matrix (S1 and S4), are transformed into each simultaneous linear equation in which each element of the characteristic matrix is reduced from these simultaneous linear equations through the use of the symmetric properties of the characteristic matrix (S2 and S5), and are transformed into each simultaneous linear equation in which each element of the characteristic matrix in each simultaneous linear equation is reduced to the number of the elements of the physical model by a transformation matrix relating each element of the undamped multi-degree-of-freedom spring and mass-system physical model of an object to be tested to each element of the characteristic matrix (S3 and S6). By solving a simultaneous linear equation composed by these simultaneous linear equations by a method of least squares, each element of the physical model is computed (S7 and S8).



LEGAL STATUS

[Date of request for examination]

[Date of sending the examiner's decision of rejection]

[Kind of final disposal of application other than the examiner's decision of rejection or application converted registration]

[Date of final disposal for application]

[Patent number]

[Date of registration]

[Number of appeal against examiner's decision of rejection]

(51)Int.Cl.⁵

識別記号

F I

G 0 1 M 7/02

G 0 1 M 7/00

A

G 0 1 H 17/00

G 0 1 H 17/00

D

審査請求 未請求 請求項の数 6 O L (全 14 頁)

(21)出願番号 特願平10-84567

(22)出願日 平成10年(1998)3月30日

(71)出願人 594105626

長松 昭男

東京都目黒区大岡山 2-12-1 東京工業
大学工学部内

(71)出願人 000000170

いすゞ自動車株式会社

東京都品川区南大井 6丁目26番1号

(72)発明者 長松 昭男

東京都目黒区大岡山 2-12-1 東京工業
大学工学部内

(72)発明者 岩原 光男

神奈川県藤沢市土翻 8番地 株式会社い
すゞ中央研究所内

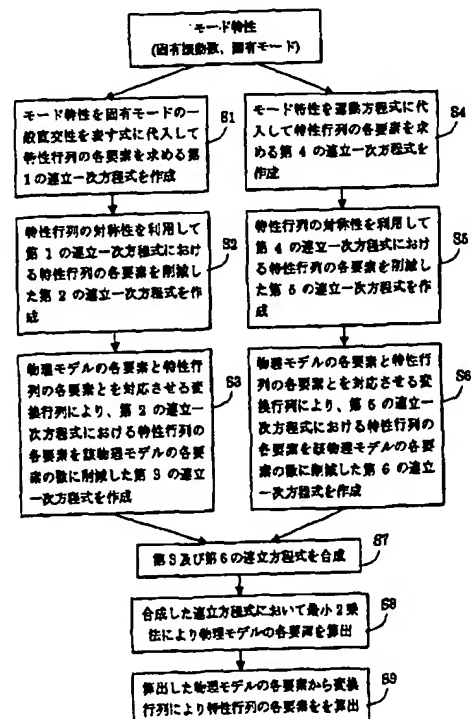
(74)代理人 弁理士 茂泉 修司

(54)【発明の名称】 振動特性解析方法及び装置

(57)【要約】 (修正有)

【課題】被試験物に対する振動試験によって得た周波数応答関数から同定したモード特性により該被試験物の振動特性解析を行う方法及び装置の提供。

【解決手段】モード特性を、正規化された固有モードの一般直交性を表す式及び運動方程式に代入して特性行列の各要素を求めるための各連立一次方程式を作成し (S1, S4)、これらの連立一次方程式から、該特性行列の対称性を利用して該特性行列の各要素を削減した各連立一次方程式に変形し (S2, S5)、被試験物の不減衰多自由度ばね・質量系物理モデルの各要素と該特性行列の各要素とを対応させる変換行列により、各連立一次方程式における該特性行列の各要素を該物理モデルの各要素の数に削減した各連立一次方程式に変形し (S3, S6)、これらの連立一次方程式を合成した連立一次方程式を最小二乗法により解いて該物理モデルの各要素を算出する。 (S7, S8)



【特許請求の範囲】

【請求項1】被試験物に対する振動試験によって得た周波数応答関数から同定したモード特性により該被試験物の振動特性解析を行う方法において、

該モード特性を、正規化された固有モードの一般直交性を表す式に代入して特性行列の各要素を求めるための第1の連立一次方程式を作成する第1のステップと、

該第1の連立一次方程式から、該特性行列の対称性を利用して該特性行列の各要素を削減した第2の連立一次方程式を作成する第2のステップと、

該被試験物の不減衰多自由度ばね・質量系物理モデルの各要素と該特性行列の各要素とを対応させる変換行列により、該第2の連立一次方程式における該特性行列の各要素を該物理モデルの各要素の数に削減した第3の連立一次方程式を作成する第3のステップと、

該モード特性を該一般直交性を表す式に代入する代わりに運動方程式に代入して該第1から第3の連立一次方程式に対応する第4から第6の連立一次方程式を順次作成する第4から第6のステップと、

該第3及び第6の連立一次方程式を合成する第7のステップと、

該第7のステップで合成した連立一次方程式を最小二乗法により解いて該物理モデルの各要素を算出する第8のステップと、

該第8のステップで算出した該物理モデルの各要素から該変換行列を用いて該特性行列の各要素を算出する第9のステップと、

を備えたことを特徴とする振動特性解析方法。

【請求項2】請求項1において、

該モード特性が固有振動数と固有モードから成り、該特性行列が質量行列と剛性行列から成っていることを特徴とした振動特性解析方法。

【請求項3】請求項2において、

さらに、該固有モードと、該第9のステップで算出した該特性行列の各要素から計算した固有モードとによりマック値を求めるとともに使用モード数を変えることにより複数のマック値の平均値を求め、該平均値の中で最も1に近いモード数を最適値として選択する第10のステップを備えたことを特徴とする振動特性解析方法。

【請求項4】被試験物を加振するための打撃試験用ハンマーに取り付けられた力検出用センサと、該被試験物の任意の場所に取り付けられて該被試験物の該打撃試験用ハンマーの加振による応答を測定する測定センサと、該力検出用センサ及び該測定センサの各出力信号を受けて周波数応答関数を求め、該周波数応答関数から該被試験物のモード特性を同定する演算装置と、を備えた振動特性解析装置において、

該演算装置が、該モード特性を、正規化された固有モードの一般直交性を表す式に代入して特性行列の各要素を求めるための第1の連立一次方程式を作成し、該第1の

連立一次方程式から、該特性行列の対称性を利用して該特性行列の各要素を削減した第2の連立一次方程式を作成し、該被試験物の不減衰多自由度ばね・質量系物理モデルの各要素と該特性行列の各要素とを対応させる変換行列により、該第2の連立一次方程式における該特性行列の各要素を該物理モデルの各要素の数に削減した第3の連立一次方程式を作成し、該モード特性を該一般直交性を表す式に代入する代わりに運動方程式に代入して該第1から第3の連立一次方程式に対応する第4から第6の連立一次方程式を順次作成し、該第3及び第6の連立一次方程式を合成し、該合成した連立一次方程式を最小二乗法により解いて該物理モデルの各要素を算出し、該算出した該物理モデルの各要素から該変換行列を用いて該特性行列の各要素を算出することを特徴とした振動特性解析装置。

【請求項5】請求項4において、

該モード特性が固有振動数と固有モードから成り、該特性行列が質量行列と剛性行列から成っていることを特徴とした振動特性解析装置。

【請求項6】請求項5において、

該演算装置が、さらに、該固有モードと、該第9のステップで算出した該特性行列の各要素から計算した固有モードとによりマック値を求めるとともに使用モード数を変えることにより複数のマック値の平均値を求め、該平均値の中で最も1に近いモード数を最適値として選択することを特徴とした振動特性解析装置。

【発明の詳細な説明】

【0001】

【発明の属する技術分野】本発明は振動特性解析方法及び装置に関し、特に不減衰系のモード特性から、その系の特性行列を求める振動特性解析方法及び装置に関するものである。

【0002】

【従来の技術】まず、不減衰多自由度系ばね・質量モデルのすべての点を参照して求めた固有モード形状（以下、固有モードと略称する）、つまり、固有モードが質量正規固有モードであるとき、そのモデルと同じ自由度の特性行列を求める従来の方法について説明する。

【0003】不減衰多自由度系ばね・質量モデルの運動方程式は、次式で与えられる。

【数1】

$$(\Omega_r^2[M] - [K])\{\phi_r\} = 0 \quad \dots\dots\dots \text{式(1)}$$

【0004】ここで、[M]、[K]はそれぞれ質量行列、剛性行列であり、 Ω_r 、 $\{\phi_r\}$ はそれぞれr次の不減衰固有角振動数、実固有モードを表す。固有モード $\{\phi_r\}$ は質量行列により正規化されているとする。

【0005】固有モード $\{\phi_r\}$ が質量で正規化されているとすると、固有モードの一般直交性から、次式が成り立つ。

$$\begin{aligned} & \text{【数2】} \\ & [\phi][M][\phi] = [I] \end{aligned} \quad \text{…………式(2)}$$

$$\begin{aligned} & \text{【数3】} \\ & [\phi][K][\phi] = [\Omega]^2 \end{aligned} \quad \text{…………式(3)}$$

【0006】ここで、 $[\phi]$ は採用するすべての次数の固有モードを並べた固有モード行列で、行数は自由度数、列数は採用するモードの数である。右辺の $[I]$ は n_a 行 n_a 列の単位行列、 $[\Omega]$ はモード特性の固有振動数 Ω_i を対角成分に並べた大きさ n_a 行 n_a 列の対角行列である。

【0007】式(2)、(3)より次式が求められる。

$$\begin{aligned} & \text{【数4】} \\ & [M] = ([\phi][\phi]^T)^{-1} \end{aligned} \quad \text{…………式(4)}$$

$$\begin{aligned} & \text{【数5】} \\ & [K] = [M][\phi][\Omega]^2[\phi]^T[M] \end{aligned} \quad \text{…………式(5)}$$

これらのモード特性 $[\Omega]$ 、 $[\phi]$ を求めれば、この式(3)より特性行列 $[M]$ 、 $[K]$ を得ることができる。

【0008】

【発明が解決しようとする課題】しかしながら、式(4)、(5)が解けるのは、モード特性 $[\phi]$ が正方行列の場合のみであり、求める特性行列 $[M]$ 、 $[K]$ の自由度数と等しい数のモード特性が必要である。また、式(4)、(5)は、モード特性 $[\phi]$ が正方行列である場合でも、必ずしも解けるとは限らない。

【0009】振動実験で得られる周波数応答関数(FRF)の数が数十(50)程度になることは普通であり、この場合、数十自由度の特性行列を求めるためには、それと同じ個数のモード特性が必要になる。多数のモード特性を精度良く求めることは、一般には困難である。

【0010】したがって本発明は、被試験物に対する振動試験によって得た周波数応答関数から同定したモード特性により該被試験物の振動特性解析を行う方法及び装置において、より少ない個数のモード特性から、より多くの自由度数の特性行列を求めることを目的とする。

【0011】

【課題を解決するための手段】上記の目的を達成するための本発明に係る振動特性解析方法の原理を図1により説明する。

第1のステップ(S1)

被試験物に対する振動試験によって得た周波数応答関数から例えば実験モード解析により同定したモード特性を、正規化された固有モードの一般直交性を表す後述の式(6)、(7)に代入して特性行列の各要素(成分)を求めるための第1の連立一次方程式(後述する式(16)、(17))を作成する。この場合、該モード特性が固有振動数と固有モードから成り得るものであり、該特性行列が質量行列と剛性行列から成り得るものであり、減衰は無視できるほど小さな値であると仮定する。

【0012】第2のステップ(S2)

該第1の連立一次方程式から、該特性行列の対称性を利用して該特性行列の各要素を削減した第2の連立一次方程式(後述する式(20)、(21))を作成する。

【0013】第3のステップ(S3)

該被試験物の不減衰多自由度ばね・質量系物理モデルの各要素と該特性行列の各要素とを対応させる変換行列により、該第2の連立一次方程式における該特性行列の各要素を該物理モデルの各要素の数に削減した第3の連立一次方程式(後述する式(27)、(33))を作成する。すなわち、バネと質点モデルから得られたモード特性を擬似実験モード特性とするものである。

【0014】第4のステップ(S4)

該モード特性を該一般直交性を表す後述の式(6)、

(7)に代入する代わりに運動方程式に代入して特性行列の各要素を求めるための第4の連立一次方程式(後述する式(41))を作成する。すなわち、固有モードの直交性だけでは十分な精度の解が得られないので、同時に多自由度の運動方程式も利用する。

【0015】第5のステップ(S5)

該第4の連立一次方程式から、該特性行列の対称性を利用して該特性行列の各要素を削減した第5の連立一次方程式(後述する式(42))を作成する。

【0016】第6のステップ(S6)

該被試験物の不減衰多自由度ばね・質量系物理モデルの各要素と該特性行列の各要素とを対応させる変換行列により、該第5の連立一次方程式における該特性行列の各要素を該物理モデルの各要素の数に削減した第6の連立一次方程式(後述する式(49))を作成する。

【0017】第7のステップ(S7)

該第3及び第6の連立一次方程式を合成した式(後述する式(50))を作成する。

第8のステップ(S8)

該第7のステップで合成した連立一次方程式を最小二乗法により解いて該物理モデルの各要素(後述する式(52))を算出する。

【0018】第9のステップ(S9)

該第8のステップで算出した該物理モデルの各要素から該変換行列(後述する式(24)、(30))を用いて該特性行列の各要素を算出する。このようにして、特性行列の大きさより遙かに少ない固有モード数から特性行列を求めることができる。

【0019】なお、上記のステップS1～S9に加えてさらに、該固有モードと、該第9のステップで算出した該特性行列の各要素から計算した固有モードとによりマック値を求めるとともに使用モード数を変えることにより複数のマック値の平均値を求め、該平均値の中で最も1に近いモード数を最適値として選択する第10のステップを備えることができる。

【0020】上記の振動特性解析方法を実施するための

装置としては、被試験物を加振するための打撃試験用ハンマーに取り付けられた力検出用センサと、該被試験物の任意の場所に取り付けられて該被試験物の該打撃試験用ハンマーの加振による応答を測定する測定センサと、該力検出用センサ及び該測定センサの各出力信号を受けて周波数応答関数を求め、該周波数応答関数から該被試験物のモード特性を同定する演算装置と、を備えた振動特性解析装置を用いることができ、本発明では特に該演算装置が、該モード特性を、正規化された固有モードの一般直交性を表す式に代入して特性行列の各要素を求めるための第1の連立一次方程式を作成し、該第1の連立一次方程式から、該特性行列の対称性を利用して該特性行列の各要素を削減した第2の連立一次方程式を作成し、該被試験物の不減衰多自由度ばね・質量系物理モデルの各要素と該特性行列の各要素とを対応させる変換行列により、該第2の連立一次方程式における該特性行列の各要素を該物理モデルの各要素の数に削減した第3の連立一次方程式を作成し、該モード特性を該一般直交性を表す式に代入する代わりに運動方程式に代入して該第1から第3の連立一次方程式に対応する第4から第6の連立一次方程式を順次作成し、該第3及び第6の連立一次方程式を合成し、該合成した連立一次方程式を最小二乗法により解いて該物理モデルの各要素を算出し、該算出した該物理モデルの各要素から該変換行列を用いて該特性行列の各要素を算出することを特徴としたものである。

【0021】この振動特性解析装置においても、上記の本発明方法と同様に、該モード特性が固有振動数と固有モードから成り、該特性行列が質量行列と剛性行列から成るものとすることができる。

【0022】さらに、該演算装置は、該固有モードと、該第9のステップで算出した該特性行列の各要素から計算した固有モードとによりマック値を求めるとともに使用モード数を変えることにより複数のマック値の平均値を求め、該平均値の中で最も1に近いモード数を最適値として選択することができる。

【0023】

【発明の実施の形態】図2は、本発明に係る振動特性解析方法の実施に使用される振動特性解析装置の構成を概略的に示したもので、まずスキーの構造部材板を被試験物（供試体）1とこの被試験物1を加振するための打撃試験用ハンマー2とを用意する。

【0024】そして、ハンマー2には力検出用センサ3を取り付け、また該被試験物1の任意の場所に該ハンマ

ー2の加振による振動応答の3次元（x，y，z）方向加速度を検出するための加速度計4を取り付ける。

【0025】そして、加速度計4の出力信号と力検出センサ3の出力信号とをFFT演算装置（実験モード解析装置）5に与えてFFT処理を行い周波数応答関数データ（FRF：コンプライアンス）を求めモード特性を計算してパーソナルコンピュータ6に出力する構成を有している。

【0026】この場合、加振実験は通常、ハンマー2による被試験物1の加振場所を固定して行い、加速度計4は逐次移動させて複数の応答関数を演算装置5に与えるようにする。なお、被試験物1は柔らかいバネ（図示せず）等により固定されている。

【0027】このような振動特性解析装置の演算装置5のアルゴリズムが図3に示されており、まず、ハンマー2で被試験物1を或る位置又は他の計測点位置で加振すると（ステップS1）、この加振力はセンサ3によって検出され、また加速度応答は加速度計4によって計測されて共にFFT装置5に実験データD1として取り込まれる。

【0028】FFT装置5では、高速フーリエ変換を行って実験データD1によりFRF（周波数応答関数）データC1を求める。そして、このようにして求めたFRFデータC1からパーソナルコンピュータ6は、固有値計算によりモード特性（固有振動数と固有モード）を同定する演算を実行し（ステップS2）、正確な固有振動数、固有モード形状等のモード特性データD2を得ることができる。

【0029】このようにして得られたモード特性から特性行列（質量行列[M]及び剛性行列[K]）を求める本発明方法について以下に説明する。

【0030】1. 連立一次方程式の作成

上記の式（2）、（3）はそれぞれ次式のように表すことができる。

【数6】

$$\{\phi_i\}^T [M] \{\phi_j\} = \begin{cases} 0 & (i \neq j) \\ 1 & (i = j) \end{cases} \quad \dots\dots\dots \text{式(6)}$$

【数7】

$$\{\phi_i\}^T [K] \{\phi_j\} = \begin{cases} 0 & (i \neq j) \\ \Omega_i^2 & (i = j) \end{cases} \quad \dots\dots\dots \text{式(7)}$$

【0031】上記の式（6）の左辺を展開すると次式のようになる。

【数8】

$$\begin{aligned}
& \{\phi_i\}^T [M] \{\phi_j\} \\
&= \{\phi_i\}^T \begin{bmatrix} \phi_{j,1} m_{1,1} + \phi_{j,2} m_{1,2} + \cdots + \phi_{j,n_f} m_{1,n_f} \\ \phi_{j,1} m_{2,1} + \phi_{j,2} m_{2,2} + \cdots + \phi_{j,n_f} m_{2,n_f} \\ \vdots \\ \phi_{j,1} m_{n_f,1} + \phi_{j,2} m_{n_f,2} + \cdots + \phi_{j,n_f} m_{n_f,n_f} \end{bmatrix} \\
&= \phi_{i,1} \phi_{j,1} m_{1,1} + \phi_{i,2} \phi_{j,1} m_{2,1} + \cdots + \phi_{i,n_f} \phi_{j,1} m_{n_f,1} \\
&\quad + \phi_{i,1} \phi_{j,2} m_{1,2} + \phi_{i,2} \phi_{j,2} m_{2,2} + \cdots + \phi_{i,n_f} \phi_{j,2} m_{n_f,2} \\
&\quad + \cdots \\
&\quad + \phi_{i,1} \phi_{j,n_f} m_{1,n_f} + \phi_{i,2} \phi_{j,n_f} m_{2,n_f} + \cdots + \phi_{i,n_f} \phi_{j,n_f} m_{n_f,n_f}
\end{aligned} \quad \dots\dots\dots \text{式(8)}$$

同様に式 (7) の左辺を展開すると次式のようにになる。 【数 9】

$$\begin{aligned}
& \{\phi_i\}^T [K] \{\phi_j\} \\
&= \phi_{i,1} \phi_{j,1} k_{1,1} + \phi_{i,2} \phi_{j,1} k_{2,1} + \cdots + \phi_{i,n_f} \phi_{j,1} k_{n_f,1} \\
&\quad + \phi_{i,1} \phi_{j,2} k_{1,2} + \phi_{i,2} \phi_{j,2} k_{2,2} + \cdots + \phi_{i,n_f} \phi_{j,2} k_{n_f,2} \\
&\quad + \cdots \\
&\quad + \phi_{i,1} \phi_{j,n_f} k_{1,n_f} + \phi_{i,2} \phi_{j,n_f} k_{2,n_f} + \cdots + \phi_{i,n_f} \phi_{j,n_f} k_{n_f,n_f}
\end{aligned} \quad \dots\dots\dots \text{式(9)}$$

【0 0 3 2】ところで、

$$\{\phi_j\} \{\phi_i\}^T = \begin{bmatrix} \phi_{i,1} \phi_{j,1} & \phi_{i,2} \phi_{j,1} & \cdots & \phi_{i,n_f} \phi_{j,1} \\ \phi_{i,1} \phi_{j,2} & \phi_{i,2} \phi_{j,2} & \cdots & \phi_{i,n_f} \phi_{j,2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \phi_{i,1} \phi_{j,n_f} & \phi_{i,2} \phi_{j,n_f} & \cdots & \phi_{i,n_f} \phi_{j,n_f} \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots \text{式(10)}$$

で表わせるので、行列 $[\{\phi_j\} \quad \{\phi_i\}^T]$ の各列を転置して順に横に並べ変えた行ベクトル $\{A_{M,j}\}$ 、 $\{A$

$\{K,j\}$ を次式のように定義する。

$$\{A_{M,i,j}\} = \{A_{K,i,j}\} = \{ \phi_{i,1} \phi_{j,1} \quad \phi_{i,2} \phi_{j,2} \quad \cdots \quad \phi_{i,1} \phi_{j,n_f} \quad \phi_{i,2} \phi_{j,1} \quad \phi_{i,2} \phi_{j,2} \quad \cdots \quad \phi_{i,n_f} \phi_{j,n_f} \} \quad \dots\dots\dots \text{式(11)}$$

【0 0 3 3】これにより、式 (2)、(3) と、式 得られる。

(6)、(7) と、式 (8)、(9) を比較して次式が 【数 1 2】

$$\{A_{M,i,j}\} \{m\} = \begin{cases} 0 & (i \neq j) \\ 1 & (i = j) \end{cases} \quad \dots\dots\dots \text{式(12)}$$

【数 1 3】

$$\{A_{K,i,j}\} \{k\} = \begin{cases} 0 & (i \neq j) \\ \Omega_i^2 & (i = j) \end{cases} \quad \dots\dots\dots \text{式(13)}$$

【0 0 3 4】ここで、 $\{m\}$ と $\{k\}$ は、次式のように特性行列 $[M]$ と $[K]$ の各要素を縦に並べた列ベクト

ルであり、要素数は $n^2 r$ である。

【数 1 4】

$$\{m\} = \{m_{1,1} \quad m_{1,2} \quad \cdots \quad m_{1,n_f} \quad m_{2,1} \quad \cdots \quad m_{n_f,n_f}\}^T \quad \dots\dots\dots \text{式(14)}$$

【数 1 5】

$$\{k\} = \{k_{1,1} \quad k_{1,2} \quad \cdots \quad k_{1,n_f} \quad k_{2,1} \quad \cdots \quad k_{n_f,n_f}\}^T \quad \dots\dots\dots \text{式(15)}$$

【0 0 3 5】すべてのモード数 i と j について式 (1 50 2)、(1 3) を求め、それらの、行ベクトル

$\{A_{M,j}\}$, $\{A_{K,j}\}$ と右辺の値を縦に並べて合成すると下記の連立一次方程式が作成できる。

$$[A_M]\{m\} = \{b_M\}$$

【数 16】

……………式(16)

【数 17】

$$[A_K]\{k\} = \{b_K\}$$

……………式(17)

【0036】なお、行列 $[A_M]$, $[A_K]$ の大きさは、行数が採用モード数の二乗 n^2 、列数が自由度数の二乗 n^2r である。

【0037】2. 対称条件の付加

次に、特性行列の対称条件を付加することによって、式

$$m_{i,j} = m_{j,i}, \quad k_{i,j} = k_{j,i}$$

(16), (17) の連立一次方程式の未知数を減らす方法について説明する。

10 【0038】特性行列 $[M]$, $[K]$ は対称行列であるから次式の関係がある。

【数 18】

……………式(18)

【0039】ある定数係数 a_1 , a_2 を考えたとき、上記の式 (18) が成り立つならば、

【数 19】

$$a_1 m_{i,j} + a_2 m_{j,i} = (a_1 + a_2) m_{i,j} = (a_1 + a_2) m_{j,i} \quad \text{……………式(19)}$$

として、係数を一つにすることができる。

【0040】このように、対称成分である $m_{i,j}$ と $m_{j,i}$, $k_{i,j}$ と $k_{j,i}$ の係数は足し合わせて一つの未知数にかかる係数とすることができるから、特性行列

$[M]$, $[K]$ の対称条件は、行列 $[A_M]$, $[A_K]$ それぞれの、 $m_{i,j}$ と $m_{j,i}$, $k_{i,j}$ と $k_{j,i}$ に対応する列を足し合わせることによって付加することができる。このとき、連立一次方程式 (16), (17) の右辺のベクトルの値は当然変化しない。

【0041】式 (16), (17) では、列ベクトル $\{m\}$ と $\{k\}$ の未知数の並びは、式 (14), (15) のように並べることに決めてあるから、 $m_{i,j}$, $k_{i,j}$ に対応する行列 $[A_M]$, $[A_K]$ の列はそれぞれ第 $j + (i-1)nr$ 列、 $m_{j,i}$, $k_{j,i}$ に対応する行列 $[A_M]$, $[A_K]$ の列はそれぞれ第 $i + (j-1)nr$ 列である。

【0042】対称条件は、 $i \neq j$ であるすべての (i, j) の組みについて、これら 2 つの列を足し合わせることによって付加する。

【0043】ところで、このような方法で対称条件を付加すると、連立方程式 (16), (17) の中に全く同じ式が現れるので、その同じ式のうち、どちらか一方を連立方程式に使用する式から除く必要がある。

【0044】連立一次方程式 (16), (17) の左辺

$$[A'_M]\{m'\} = \{b'_M\}$$

……………式(20)

【数 21】

$$[A'_K]\{k'\} = \{b'_K\}$$

……………式(21)

【0049】ここで、 $\{m'\}$ と $\{k'\}$ は、対称条件を付加した形の未知数ベクトルで、特性行列の中の対称の位置にある 2 つの要素のうちどちらか一方が未知数とし

20 の係数行列 $[A_M]$, $[A_K]$ の各行と、その各行に対応する右辺のベクトル $\{b_M\}$ と $\{b_K\}$ の各要素の組みは、式 (12), (13) の i, j について作られる式からできている。

【0045】同式において、 $m_{i,j}$ と $m_{j,i}$, $k_{i,j}$ と $k_{j,i}$ にかかる係数は、式 (8), (9) から分かるように、足し合わせると同じ値になる。

【0046】従って、対称条件を付加する過程で $m_{i,j}$ と $m_{j,i}$, $k_{i,j}$ と $k_{j,i}$ に対応する 2 つの列を足し合わせると、連立方程式の係数行列の中に全く同一の行が現れることになる。また、 $i \neq j$ のときの式 (12), (13) の右辺の値は 0 であるから、対称条件を付加して同一になった行に対応する右辺のベクトル $\{b_M\}$ と $\{b_K\}$ の要素の値も同じになる。

【0047】従って、対称条件を付加した後の連立一次方程式 (16), (17) の、式 (12), (13) の (i, j) , (j, i) についての式は全く同じになるので、どちらか一方を連立方程式に使用する式からは除かなければならない。

【0048】対称条件を付加し、それによって現れる同じ式のどちらか一方を消去したあとの連立方程式を次式とする。

【数 20】

50 て要素に入っている。ここでは、未知数を表すベクトル $\{m'\}$ と $\{k'\}$ とは、次式のように、求める特性行列 $[M]$, $[K]$ の要素のうち、上三角部分の要素から成

り、また対角成分から右上の成分へと順に並ぶように定義する。

$$\{m'\} = \{m_{1,1}, m_{2,2} \cdots m_{n_f, n_f}, m_{1,2}, m_{2,3} \cdots m_{n_f-1, n_f}, m_{1,3} \cdots m_{1, n_f-1}, m_{2, n_f}, m_{1, n_f}\}^T$$

.....式(22)

【数 2 3】

$$\{k'\} = \{k_{1,1}, k_{2,2} \cdots k_{n_f, n_f}, k_{1,2}, k_{2,3} \cdots k_{n_f-1, n_f}, k_{1,3} \cdots k_{1, n_f-1}, k_{2, n_f}, k_{1, n_f}\}^T$$

.....式(23)

10

【0 0 5 1】対称条件は、ここではこのように未知数が並ぶように付加するとする。未知数ベクトル $\{m'\}$ と $\{k'\}$ の要素数（行数）は、特性行列の上三角部分の要素の個数と等しいから、どちらも $n_f (n_f + 1) / 2$ である。

【0 0 5 2】行列 $[A'm]$ 、 $[A'k]$ は、式（2）、（3）の右辺の行列の上三角部分の要素数に等しくなるから行数が $n_a (n_a + 1) / 2$ に削減され、特性行列の上三角部分の要素数と等しくなるから列数が n^2_f から $n_f (n_f + 1) / 2$ に削減された行列となる。

【0 0 5 3】3. 物理モデルによる制約条件と変換行列
ここまでは、特性行列の要素そのものが未知数となる連立一次方程式（20）、（21）の作成方法について説明した。このような連立一次方程式（20）、（21）によっても特性行列の各要素を求めることはできるが、有限要素法（FEM）と組み合わせて使用する場合には特性行列より被試験物のばね・質量モデルの方が使用し易い。

【0 0 5 4】例えば、有限要素法として「ナストラン」を使用する場合、特性行列の形でデータを入力しようとすると、ナストランの内部言語である DMAP を使用し

$$\{k'\} = [T_k] \{k''\}$$

【0 0 5 8】変換行列 $[T_k]$ は行数が $n_f (n_f + 1) / 2$ で上記の式（20）、（21）と同じであるが、列数が設定した物理モデル上の剛性の個数と等しい数にまで削減された行列であり、物理モデル上の剛性の値が、剛性行列のどこにどのように入るのかを示した行列であ

$$[A'_k] [T_k] \{k''\} = \{b'_k\}$$

【0 0 6 0】ここで、行列 $[A''_k]$ を、

$$[A''_k] = [A'_k] [T_k]$$

と定義して式（25）に代入すると次式が得られる。

$$[A''_k] \{k''\} = \{b'_k\}$$

【0 0 6 1】これは、物理モデル上での剛性の値

$\{k''\}$ を未知数とする連立一次方程式である。また、これは同時に測定点間同士の結合条件を利用して、制約

で特性行列を入力するためのプログラムを作成しなければならないが、ばね・質量モデルであれば通常の如く有限要素の形態で入力できることになる。

【0 0 5 5】そこで、さらに各測定点に質量を配置し、被試験物の（大まかな）形状から予めどの測定点とどの測定点とを結ぶかを決めておき（結合条件）、測定点間の結合条件を設定した物理モデルを作成し、その物理モデル上の質量やばねの剛性の値を未知数とする連立一次方程式の作成方法を説明する。

【0 0 5 6】3.1 剛性についての変換

まず、物理モデル上での剛性の値を未知数とする連立一次方程式の作成方法について説明する。設定した物理モデル上での剛性の値を未知数とするベクトルを $\{k''\}$ とする。このベクトル $\{k''\}$ は、剛性の値を縦に並べたベクトルである。

【0 0 5 7】ここで、ベクトル $\{k''\}$ と上記の式（23）におけるベクトル $\{k'\}$ を関係付ける変換行列

$[T_k]$ を定義する。ベクトル $\{k''\}$ と $\{k'\}$ は、変換行列 $[T_k]$ によって次式のように変換されるものとする。

【数 2 4】

$$\{k'\} = [T_k] \{k''\}$$

.....式(24)

るともいえる。

【0 0 5 9】式（24）を式（21）に代入すると次式となる。

【数 2 5】

$$\{b'_k\} = [A'_k] [T_k] \{k''\}$$

.....式(25)

【数 2 6】

$$\{b'_k\} = [A''_k] \{k''\}$$

.....式(26)

【数 2 7】

$$\{b'_k\} = [A''_k] \{k''\}$$

.....式(27)

条件を付加していることにもなる。

【0 0 6 2】具体的な、変換行列 $[T_k]$ の作成方法について説明する。変換行列 $[T_k]$ は式（24）のよう

にベクトル $\{k''\}$ を $\{k'\}$ に変換する行列である。

【0063】例えば図4に示すような4自由度ばね・質量物理モデルについて考えてみる。モデル上の結合の数が「5」であるから、ベクトル $\{k''\}$ の要素数および

$$\{k''\} = \{k''_{0,1} \ k''_{1,2} \ k''_{1,3} \ k''_{2,4} \ k''_{3,4}\}^T$$

と並べることによれば、変換行列 $[T_k]$ は次式で与えられる。

【数29】

$$[T_k] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{.....式(29)}$$

$$\{m'\} = [T_M] \{m''\}$$

【0068】変換行列 $[T_M]$ は、行数が n_f ($n_f + 1$) / 2 であり上記の式 (20), (21) と同じであるが、列数は基本的には設定した物理モデルの自由度 n_f にまで削減される。ここでの計算例では、変換行列

$$[A'_M] [T_M] \{m''\} = \{b'_M\}$$

【0070】ここで、行列 $[A''_M]$ を、

$$[A''_M] = [A'_M] [T_M]$$

と定義して式 (30) に代入すると次式が得られる。

$$[A''_M] \{m''\} = \{b'_M\}$$

【0071】これは、物理モデル上での質量の値 $\{m''\}$ を未知数とする連立一次方程式である。また、これで同時に制約条件を付加したことになる。具体的な、変換行列 $[T_M]$ の作成方法は上記の剛性の場合と同様に図4により考えてみる。

$$\{m''\} = \{m_1 \ m_2 \ m_3 \ m_4\}$$

とすると、変換行列 $[T_M]$ は次式のように表わされる。

【0073】

【数35】

変換行列 $[T_k]$ の列数は「5」である。

【0064】ベクトル $\{k''\}$ を、

【数28】

.....式(28)

【0065】なお、上記の式 (28) の添字で、測定点同士ではない剛結合の部分は便宜的に0を使用している。

10 【0066】3.2 質量についての変換

次に、上記の物理モデル上での質量の値を未知数とする連立一次方程式の作成方法について説明する。設定した物理モデル上での質量の値を並べたベクトルを $\{m''\}$ とする。ここでベクトル $\{m''\}$ と $\{m'\}$ を関係付ける変換行列を $[T_M]$ とする。

【0067】ベクトル $\{m''\}$ と $\{m'\}$ は変換行列 $[T_M]$ によって次式のように変換されるとする。

【数30】

.....式(30)

$[T_M]$ の列数は全て n_f である。

【0069】式 (29) を式 (20) に代入すると次式となる。

【数31】

.....式(31)

【数32】

.....式(32)

30

【数33】

.....式(33)

【0072】物理モデル上の質量の数が「4」 (= n_f) であるから、ベクトル $\{m''\}$ の要素数および変換行列 $[T_M]$ の列数は「4」である。ベクトル $\{m''\}$ を、モデルの質量に付した番号の順に並ぶように、

【数34】

.....式(34)

40

$$[T_M] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{.....式(35)}$$

【0074】4. 運動方程式の利用

上記の式(27)、(32)による連立一次方程式によっても物理モデルの各要素を求め、これと変換行列とによって特性行列の各要素を求めることはできるが、運動方程式を用いていないためやはり十分な精度の解を得ることができない。そこで、次に運動方程式を用いた連立一次方程式の作成方法について説明する。

【0075】4.1 運動方程式からの連立一次方程式の作成

特性行列を決定する条件として運動方程式を利用する方法について説明する。多自由度系の r 次の固有モードの運動方程式は式(1)で示したとおりである。

【0076】この式(1)の $r=1$ から $r=n_a$ までの式から、対称条件を加えて未知数を物理モデル上の質量と剛性の値とした連立一次方程式を作成する。式(1)を展開すると次式による列ベクトルができる。

【数36】

$$\left\{ \begin{array}{l} -\Omega_r^2 \phi_{r,1} m_{1,1} - \Omega_r^2 \phi_{r,2} m_{1,2} - \cdots - \Omega_r^2 \phi_{r,n_f} m_{1,n_f} + \phi_{r,1} k_{1,1} + \phi_{r,2} k_{1,2} + \cdots + \phi_{r,n_f} k_{1,n_f} \\ -\Omega_r^2 \phi_{r,1} m_{2,1} - \Omega_r^2 \phi_{r,2} m_{2,2} - \cdots - \Omega_r^2 \phi_{r,n_f} m_{2,n_f} + \phi_{r,1} k_{2,1} + \phi_{r,2} k_{2,2} + \cdots + \phi_{r,n_f} k_{2,n_f} \\ \vdots \\ -\Omega_r^2 \phi_{r,1} m_{n_f,1} - \Omega_r^2 \phi_{r,2} m_{n_f,2} - \cdots - \Omega_r^2 \phi_{r,n_f} m_{n_f,n_f} + \phi_{r,1} k_{n_f,1} + \phi_{r,2} k_{n_f,2} + \cdots + \phi_{r,n_f} k_{n_f,n_f} \end{array} \right\} = \{0\}$$

.....式(36)

【0077】この式(36)の第 i 行を抜き出して変形すると次式のようにになる。

【数37】

$$\left\{ -\Omega_r^2 \phi_{r,1} - \Omega_r^2 \phi_{r,2} \cdots -\Omega_r^2 \phi_{r,n_f} \right\} \left\{ \begin{array}{c} m_{i,1} \\ m_{i,2} \\ \vdots \\ m_{i,n_f} \end{array} \right\} + \left\{ \phi_{r,1} \phi_{r,2} \cdots \phi_{r,n_f} \right\} \left\{ \begin{array}{c} k_{i,1} \\ k_{i,2} \\ \vdots \\ k_{i,n_f} \end{array} \right\} = 0$$

.....式(37)

【0078】従って、

【数38】

$$\therefore -\Omega_r^2 \{\phi_r\}^T \left\{ \begin{array}{c} m_{i,1} \\ m_{i,2} \\ \vdots \\ m_{i,n_f} \end{array} \right\} + \{\phi_r\}^T \left\{ \begin{array}{c} k_{i,1} \\ k_{i,2} \\ \vdots \\ k_{i,n_f} \end{array} \right\} = 0$$

.....式(38)

【0079】式(36)をモード数 $i=1$ から $i=n_r$ について全て式(38)の形に変形し、一つの式にまと

めると次式のようにになる。

【数39】

$$\left[\begin{array}{cccc} \{-\Omega_r^2 \{\phi_r\}^T\} & \{0\} & \cdots & \{0\} \\ \{0\} & \{-\Omega_r^2 \{\phi_r\}^T\} & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \{0\} \\ \{0\} & \cdots & \{0\} & -\Omega_r^2 \{\phi_r\}^T \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{c} \{m\} \\ \{k\} \end{array} \right\} = \{0\}$$

.....式(39)

【0080】式(39)の左辺の係数行列を $[A_E]$ とし、この行列 $[A_E]$ の左半分を $[A_{EM}]$ 、右半分を

$[A_{EK}]$ とすると次式が得られる。

【数40】

$$[[A_{EM}] \quad [A_{EK}]] \left\{ \begin{array}{c} \{m\} \\ \{k\} \end{array} \right\} = \{0\} \quad \left([A_E] \left\{ \begin{array}{c} \{m\} \\ \{k\} \end{array} \right\} = \{0\} \right) \quad \text{.....式(40)}$$

また、行列 $[A_E]$ 、 $[A_{EM}]$ 、 $[A_{EK}]$ それぞれを $r=1$ から $r=n_a$ について求め、それらを縦に並べた行列をそれぞれ $[A_E]$ 、 $[A_{EM}]$ 、 $[A_{EK}]$ とすると

次式のようにになる。

【数41】

$$[[A_{EM}] [A_{EK}]] \begin{Bmatrix} \{m\} \\ \{k\} \end{Bmatrix} = \{0\} \quad \left([A_E] \begin{Bmatrix} \{m\} \\ \{k\} \end{Bmatrix} = \{0\} \right) \quad \cdots \cdots \cdots \text{式(41)}$$

【0081】このようにして、運動方程式(1)から特性行列の各要素 $|m|$, $|k|$ を未知数とする連立一次方程式(41)が作成される。なお、行列 $[A_E]$ は $n_a n_r$ 行 $2 n_r$ 列、行列 $[A_{EM}]$ と $[A_{EK}]$ は $n_a n_r$ 行 n_r 列の行列である。

【0082】4.2 対称条件

次に式(41)に上記2の対称条件と同様に、特性行列の対称位置にある2つの要素にかかる係数を足し合わせ

$$[[A'_{EM}] [A'_{EK}]] \begin{Bmatrix} \{m'\} \\ \{k'\} \end{Bmatrix} = \{0\} \quad \left([A'_E] \begin{Bmatrix} \{m'\} \\ \{k'\} \end{Bmatrix} = \{0\} \right) \quad \cdots \cdots \cdots \text{式(42)}$$

【0084】なお、行列 $[A'_E]$ は $n_a n_r$ 行 $n_r (n_r + 1)$ 列、行列 $[A'_{EM}]$, $[A'_{EK}]$ は $n_a n_r$ 行 $n_r (n_r + 1) / 2$ 列である。行列ベクトル $\{m'\}$, $\{k'\}$ はそれぞれ式(22) , (23)と同じベクトルで、特性行列の上三角部分の要素を対角要素に近い順から並べたベクトルである。

【0085】4.3 物理モデルによる制約条件と変換行列

$$\begin{Bmatrix} \{m''\} \\ \{k''\} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [T_M] & [O] \\ [O] & [T_K] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{m''\} \\ \{k''\} \end{Bmatrix} \quad \cdots \cdots \cdots \text{式(43)}$$

【0087】式(43)を式(42)に代入すると次式のようにになる。 【数44】

$$[[A'_{EM}] [A'_{EK}]] \begin{bmatrix} [T_M] & [O] \\ [O] & [T_K] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{m''\} \\ \{k''\} \end{Bmatrix} = \{0\} \quad \cdots \cdots \cdots \text{式(44)}$$

【0088】従って、

$$[[A'_{EM}][T_M] [A'_{EK}][T_K]] \begin{Bmatrix} \{m''\} \\ \{k''\} \end{Bmatrix} = \{0\} \quad \cdots \cdots \cdots \text{式(45)} \quad \text{【数45】}$$

【0089】次に、行列 $[A''_{EM}]$, $[A''_{EK}]$, $[A''_E]$ を 【数46】

$$[A''_{EM}] = [A'_{EM}][T_M] \quad \cdots \cdots \cdots \text{式(46)}$$

【数47】

$$[A''_{EK}] = [A'_{EK}][T_K] \quad \cdots \cdots \cdots \text{式(47)}$$

【数48】

$$[A''_E] = [[A''_{EM}] [A''_{EK}]] \quad \cdots \cdots \cdots \text{式(48)}$$

と定義して、式(45)に代入すると次式のようになる。 【数49】

$$[[A''_{EM}] [A''_{EK}]] \begin{Bmatrix} \{m''\} \\ \{k''\} \end{Bmatrix} = \{0\} \quad \left([A''_E] \begin{Bmatrix} \{m''\} \\ \{k''\} \end{Bmatrix} = \{0\} \right) \quad \cdots \cdots \cdots \text{式(49)}$$

【0090】これは物理モデル上の質量と剛性の値 $\{m''\}$, $\{k''\}$ を未知数とする連立一次方程式であ

ることによって特性行列の対称条件を付加する。ただし、ここでは上記2のように、2つの式が同一になることはない。

【0083】行列 $[A_E]$, $[A_{EM}]$, $[A_{EK}]$ に、それぞれ対称条件を付加した行列を $[A'_E]$,

$[A'_{EM}]$, $[A'_{EK}]$ とすると次式のようにになる。

【数42】

次に、行列 $[A'_{EM}]$ と $[A'_{EK}]$ それぞれに、上記3.と同様に変換行列 $[T_M]$, $[T_K]$ を左から掛けることによって、設定した物理モデル上の質量と剛性の値を未知数とする連立一次方程式を作成する。

【0086】式(30) , 式(24)より次式が得られる。

【数43】

【数44】

【数45】

【数46】

40

【数49】

る。なお、行列 $[A''_{EM}]$ は行数が $n_a n_r$ 、列数が設定した物理モデル上の質量の数であって、すべて n_r であ

50

る。また、行列 $[A]_{ik}$ は行数が $n_a n_i$ 、列数が設定した物理モデル上の結合条件の数と等しい行列である。

【0091】5. 式の合成

ここで、以上の連立一次方程式 (27), (33),

$$\begin{bmatrix} [A_{EM}^*] & [A_{EK}^*] \\ [A_M^*] & [O] \\ [O] & [A_K^*] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{m^*\} \\ \{k^*\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{0\} \\ \{b_M'\} \\ \{b_K'\} \end{Bmatrix} \quad \dots\dots\dots \text{式(50)}$$

【0092】この式 (50) の係数行列を $[A^*]_T$ 、右辺のベクトルを $\{b^*\}_T$ と置くと次式となる。

$$[A^*]_T \begin{Bmatrix} \{m^*\} \\ \{k^*\} \end{Bmatrix} = \{b^*\}_T \quad \dots\dots\dots \text{式(51)}$$

【0093】これは、物理モデル上の質量と剛性の値 $\{m^*\}$ 、 $\{k^*\}$ を未知数とする連立一次方程式であり、十分な数のモード特性を採用すれば、未知数の数よりも式の数が多いので、これは最小二乗法の形になって

$$\begin{Bmatrix} \{m^*\} \\ \{k^*\} \end{Bmatrix} = ([A^*]_T^T [A^*]_T)^{-1} [A^*]_T^T \{b^*\}_T \quad \dots\dots\dots \text{式(52)}$$

となり、未知数ベクトル $\{m^*\}$ と $\{k^*\}$ が求められる。

【0095】このようにして求められたベクトル $\{m^*\}$ と $\{k^*\}$ を、式 (24), (30) に代入すれば特性行列 $[M]$, $[K]$ の各要素を求めることができる。

【0096】ここで、与えた固有モードベクトルと、同

$$\text{MAC} = \frac{(\{\phi^c\}^T \{\phi^c\})^2}{(\{\phi^c\}^T \{\phi^c\})(\{\phi^c\}^T \{\phi^c\})} \quad \dots\dots\dots \text{式(53)}$$

【0098】ここでは $\{\phi^c\}$ は与えた固有モードベクトルで $\{\phi^c\}$ は同定した特性行列から計算した固有モードベクトルである。このマック値が“1”に近くなるほど、これら2つのベクトルが平行に近く、良い結果であるといえる。

【0099】一方、上記のようにして、モード特性から特性行列を求めるためにばね・質量モデルを求めることができたが、ばね・質量モデルを求める場合には、使用するモード数が問題になる。使用するモード数の最適値を求めるために、さらに次のようにマック値 (MAC) を利用する。すなわち、モード数を順次増加させて、平均マック値を計算する。例えば「13」質点のばね・質量モデルを求める場合のモード数と平均マック値を下記の表1に示す。

【0100】

【表1】

(49) を合成する必要がある、その結果、次式が得られる。

【数50】

いる。

【0094】従って、式 (51) より、

【数52】

定された特性行列から計算した固有モードベクトルとの関係を表すマック (Modal Assurance Criterion) の値を考慮する。

【0097】マック値とは2つのモードベクトルの平行度を表すパラメータであり、次式で定義される。

【数53】

使用モード数	平均マック値
5	0.03
6	0.07
7	0.05
8	0.37
9	0.96
10	0.98
11	0.95
12	0.57
13	0.55

【0101】平均マック値は零から“1”までの値をとるので、この平均マック値が最大となっている「10」個の採用モードが最適数になる。この10個の固有モードを使用して計算した13質点のばね・質量モデルから

算出した周波数応答関数と真の周波数応答関数の比較を図5に示す。

【0102】このグラフより1～6次までの固有モード特性が正確に表現できていることが分かる。さらに高次の固有モード特性まで正確に表現するためには、モデルの質点を増加させれば良い。

【0103】

【発明の効果】以上説明したように、本発明に係る振動特性解析方法及び装置によれば、該モード特性を、正規化された固有モードの一般直交性を表す式及び運動方程式に代入して特性行列の各要素を求めるための各連立一次方程式を作成し、これらの連立一次方程式から、該特性行列の対称性を利用して該特性行列の各要素を削減した各連立一次方程式に変形し、被試験物の不減衰多自由度ばね・質量系物理モデルの各要素と該特性行列の各要素とを対応させる変換行列により、各連立一次方程式における該特性行列の各要素を該物理モデルの各要素の数に削減した各連立一次方程式に変形し、これらの連立一次方程式を合成した連立一次方程式を最小二乗法により解いて該物理モデルの各要素を算出し、さらに該変換行列を用いて該特性行列の各要素を算出するように構成したので、特性行列の大きさより遙かに少ない固有モード数から特性行列を求めることが可能となった。

【0104】また、ばね・質量モデルを求める場合には、使用するモード数が問題になるので、その最適値を

求めるために平均マック値を用いればよい。

【図面の簡単な説明】

【図1】本発明に係る振動特性解析方法及び装置の原理を説明するためのフローチャート図である。

【図2】本発明に係る振動特性解析装置の実施例を示したブロック図である。

【図3】本発明に係る振動特性解析装置におけるモード特性データを演算するための手順を説明するためのフローチャート図である。

【図4】本発明に係る振動特性解析方法及び装置の実施例として用いられる4自由度ばね・質量モデルを示した図である。

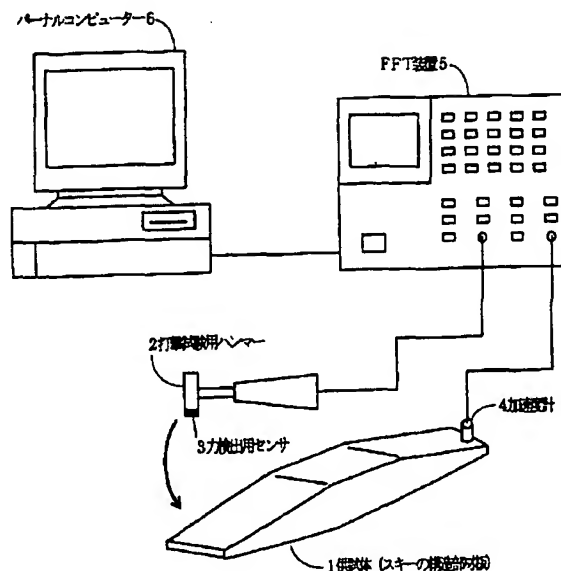
【図5】本発明に係る振動特性解析方法及び装置の実施例として用いられる13質点のばね・質量モデルから算出した周波数応答関数と真の周波数応答関数との比較グラフ図である。

【符号の説明】

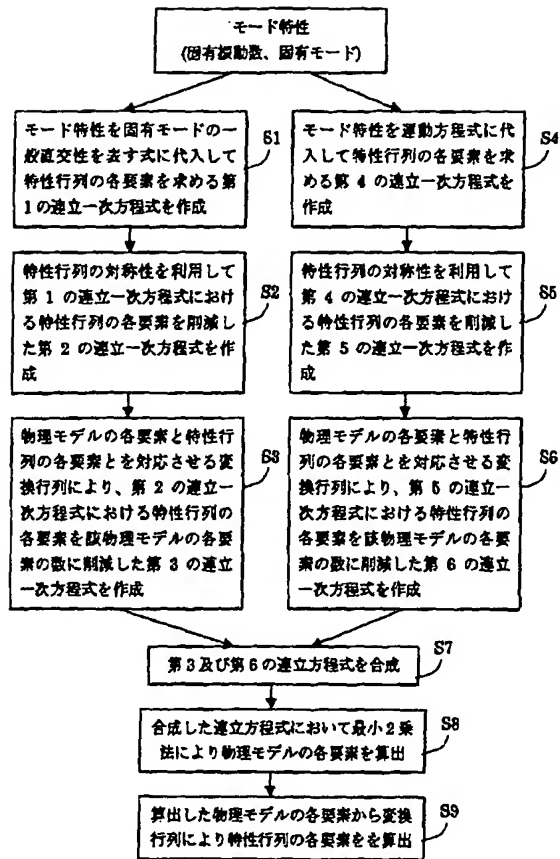
- 1 供試体（被試験物）
- 2 打撃試験用ハンマー
- 3 力検出用センサ
- 4 加速度計
- 5 FFT演算装置
- 6 パーソナルコンピュータ

図中、同一符号は、同一又は相当部分を示す。

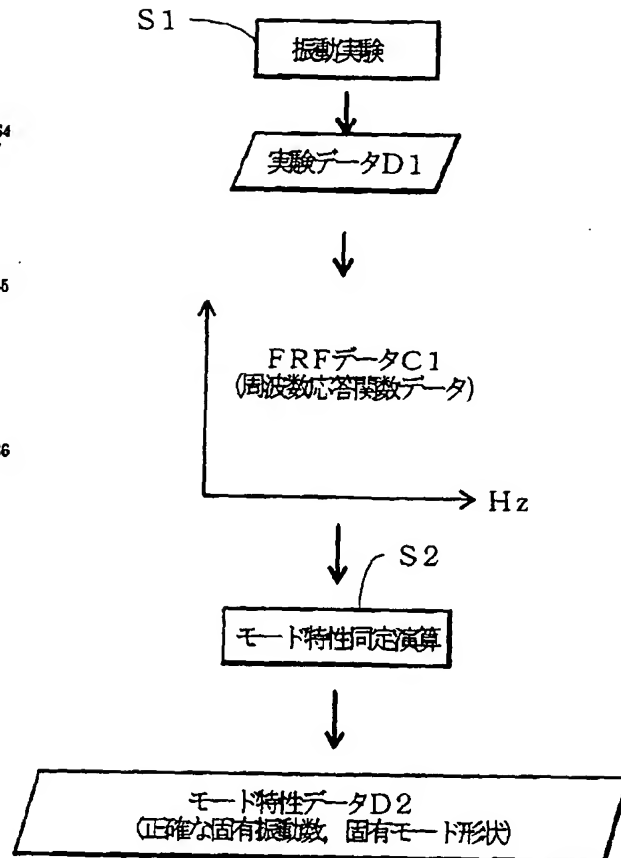
【図2】



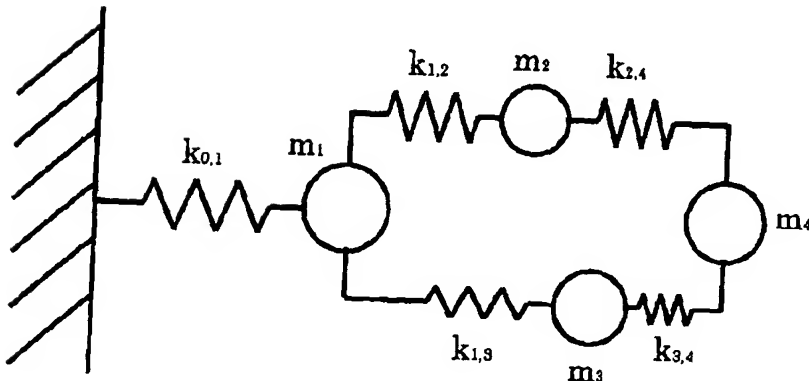
【図1】



【図3】



【図4】



【図5】

